

EJERCICIOS DE ESTADÍSTICA PARA LA CLASE DEL 20 DE MAYO

1.- En un grupo de personas se pregunta por el número de veces que han visitado al dentista en el último año. Las respuestas obtenidas se recogen en la siguiente tabla:

N.º de visitas	0	1	2	3	4	5
N.º de personas	2	40	83	52	18	5

- a) Halla la media y la desviación típica.
 b) Otro grupo de personas, ha visitado al dentista en el último años una media de 2,52 veces, con una desviación típica de 1,37. Halla el coeficiente de variación en los dos casos y compara la dispersión en ambos grupos.

2.- Los ingresos por ventas (en millones de euros) en 500 empresas vienen reflejados en la siguiente tabla:

Ingresos	[1,2)	[2,3)	[3,4)	[4,5)	[5,6)	[6,7)
N.º de empresas	50	80	170	90	56	54

Halla gráfica y numéricamente Me y $Q1$.

Puedes dibujar aquí el polígono de frecuencias acumuladas.

3.- Los gastos y los ingresos (en millones de euros) de seis empresas se recogen en la siguiente tabla:

Gastos	4	2	1	5	3	2
Ingresos	7	6	4	7	5	4,5

Halla la covarianza y el coeficiente de correlación.

¿Cómo es la relación entre las dos variables?

4.- Se han medido dos características en una población mediante pruebas evaluables de

0 a 10 puntos, obteniendo los siguientes resultados en los primeros seis individuos:

1.ª prueba	7,3	5,2	6	8,5	5	4,1
2.ª prueba	3,4	5,5	4,5	2,3	5,7	6,5

a) Halla la recta de regresión de Y sobre X .

b) Calcula $\hat{y}(7)$. ¿Es fiable esta estimación? (Sabemos que $r = -0,998$).

5.- Las puntuaciones obtenidas por un grupo de alumnos de Educación Infantil en un test de habilidad motora han sido las siguientes:

Puntuaciones	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)
N.º de alumnos	3	6	12	8	1

- a) ¿Cuál es el percentil de un alumno cuya puntuación sea de 24?
 b) Se considera que un alumno tiene buena habilidad motora si su puntuación está por encima de 18 puntos. ¿Qué porcentaje de alumnos lo cumplen?

En un grupo de personas se pregunta por el número de veces que han visitado al dentista en el último año. Las respuestas obtenidas se recogen en la siguiente tabla:

N.º de visitas	0	1	2	3	4	5
N.º de personas	2	40	83	52	18	5

- a) Halla la media y la desviación típica.
 b) Otro grupo de personas, ha visitado al dentista en el último años una media de 2,52 veces, con una desviación típica de 1,37. Halla el coeficiente de variación en los dos casos y compara la dispersión en ambos grupos.

Solución:

a)

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0	2	0	0
1	40	40	40
2	83	166	332
3	52	156	468
4	18	72	288
5	5	25	125
	200	459	1253

Media:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{459}{200} = 2,295$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{1253}{200} - 2,295^2} = \sqrt{0,998} = 0,999$$

c) $C.V._1 = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{0,999}{2,295} = 0,435$; $C.V._2 = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,37}{2,52} = 0,544$

La dispersión es mayor en el segundo caso.

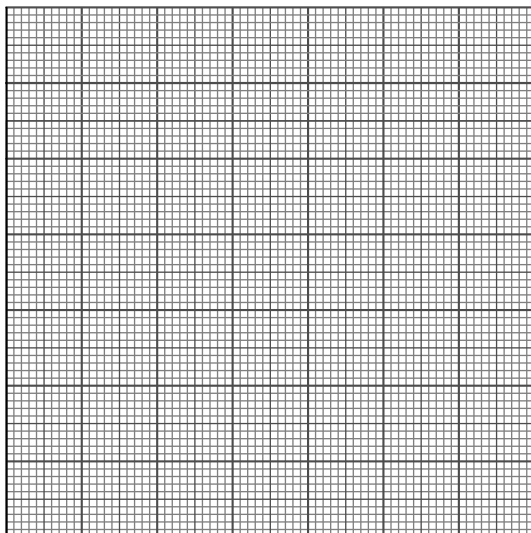
Ejercicio nº 2.-

Los ingresos por ventas (en millones de euros) en 500 empresas vienen reflejados en la siguiente tabla:

Ingresos	[1,2)	[2,3)	[3,4)	[4,5)	[5,6)	[6,7)
N.º de empresas	50	80	170	90	56	54

Halla gráfica y numéricamente Me y Q_1 .

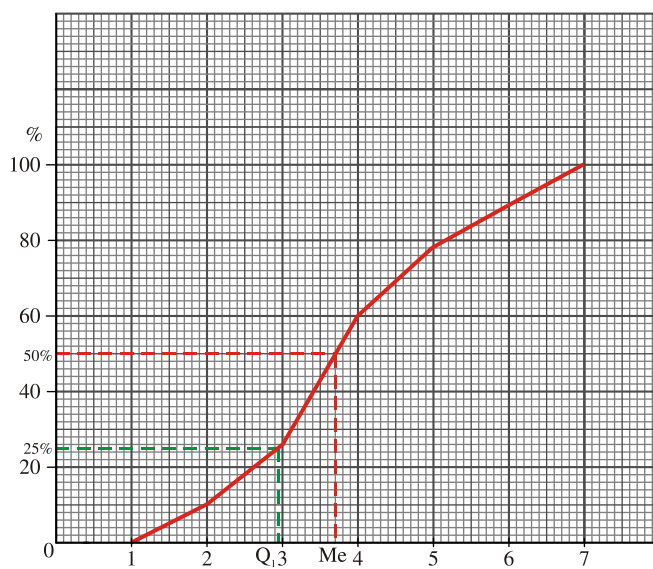
Puedes dibujar aquí el polígono de frecuencias acumuladas.



Solución:

Construimos el polígono de frecuencias acumuladas:

Extremo	F_i	%
1	0	0
2	50	10
3	130	26
4	300	60
5	390	78
6	446	89,2
7	500	100

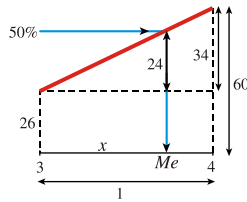


Gráficamente, observamos que:

$$Me \approx 3,7; \quad Q_1 \approx 2,95$$

Obtengamos los valores exactos, razonando sobre el polígono de frecuencias:

• Me :

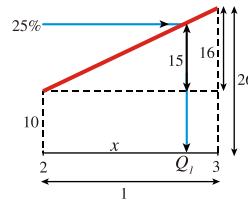


$$\frac{34}{1} = \frac{24}{x}$$

$$x = 0,71$$

$$Me = 3 + 0,71 = 3,71$$

• Q_1 :



$$\frac{16}{1} = \frac{15}{x}$$

$$x = 0,94$$

$$Q_1 = 2 + 0,94 = 2,94$$

Los valores exactos son $Me = 3,71$; $Q_1 = 2,94$.

Ejercicio nº 3.-

Los gastos y los ingresos (en millones de euros) de seis empresas se recogen en la siguiente tabla:

Gastos	4	2	1	5	3	2
Ingresos	7	6	4	7	5	4,5

Halla la covarianza y el coeficiente de correlación.
¿Cómo es la relación entre las dos variables?

Solución:

	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
	4	7	16	49	28
	2	6	4	36	12
	1	4	1	16	4
	5	7	25	49	35
	3	5	9	25	15
	2	4,5	4	20,25	9
Total	17	33,5	59	195,25	103

Medias:

$$\bar{x} = \frac{17}{6} = 2,83$$

$$\bar{y} = \frac{33,5}{6} = 5,58$$

Desviaciones típicas:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{59}{6} - 2,83^2} = \sqrt{1,82} = 1,35$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{195,25}{6} - 5,58^2} = \sqrt{1,41} = 1,19$$

- Covarianza:

$$\sigma_{xy} = \frac{103}{6} - 2,83 \cdot 5,58 = 1,38$$

- Coeficiente de correlación:

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{1,38}{1,35 \cdot 1,19} = 0,86$$

- Hay una relación fuerte y positiva entre las variables.

Ejercicio nº 4.-

Se han medido dos características en una población mediante pruebas evaluables de 0 a 10 puntos, obteniendo los siguientes resultados en los primeros seis individuos:

1. ^a prueba	7,3	5,2	6	8,5	5	4,1
2. ^a prueba	3,4	5,5	4,5	2,3	5,7	6,5

- a) Halla la recta de regresión de Y sobre X.
 b) Calcula $\hat{y}(7)$. ¿Es fiable esta estimación? (Sabemos que $r = -0,998$).

Solución:

a)

	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
	7,3	3,4	53,29	24,82
	5,2	5,5	27,04	28,6
	6	4,5	36	27
	8,5	2,3	72,25	19,55
	5	5,7	25	28,5
	4,1	6,5	16,81	26,65
Total	36,1	27,9	230,39	155,12

Medias:

$$\bar{x} = \frac{36,1}{6} = 6,02$$

$$\bar{y} = \frac{27,9}{6} = 4,65$$

Varianza de X:

$$\sigma_x^2 = \frac{230,39}{6} - 6,02^2 = 2,16$$

• Covarianza:

$$\sigma_{xy} = \frac{155,12}{6} - 6,02 \cdot 4,65 = -2,14$$

• Coeficiente de regresión de Y sobre X:

$$m_{yx} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{-2,14}{2,16} = -0,99$$

• Ecuación de la recta de regresión de Y sobre X:

$$y = 4,65 - 0,99(x - 6,02) \rightarrow y = -0,99x + 10,61$$

b) $\hat{y}(7) = 3,68$. La estimación es bastante fiable, puesto que $r = -0,998$ (muy próxima a -1) y $x = 7$ está dentro del intervalo de valores que estamos considerando.

Ejercicio nº 5.-

Las puntuaciones obtenidas por un grupo de alumnos de Educación Infantil en un test de habilidad motora han sido las siguientes:

Puntuaciones	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)
N.º de alumnos	3	6	12	8	1

a) ¿Cuál es el percentil de un alumno cuya puntuación sea de 24?

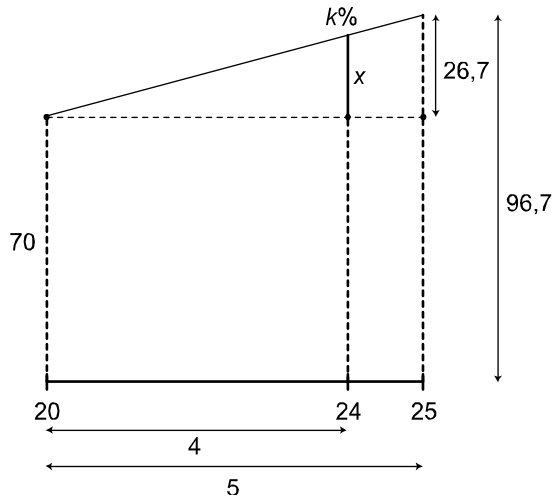
b) Se considera que un alumno tiene buena habilidad motora si su puntuación está por encima de 18 puntos. ¿Qué porcentaje de alumnos lo cumplen?

Solución:

Construimos la tabla de frecuencias acumuladas:

Extremo	F_i	%
5	0	0
10	3	10
15	9	30
20	21	70
25	29	96,7
30	30	100

a) Buscamos el valor k tal que $p_k = 24$:



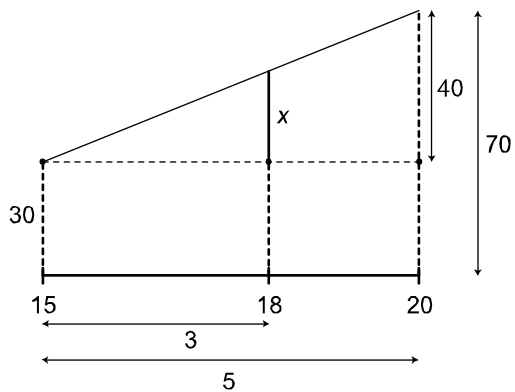
$$\frac{26,7}{5} = \frac{x}{4} \rightarrow x = 21,36$$

Luego $k = 70 + 21,36 = 91,36$

Un alumno con una puntuación de 24 puntos tiene un percentil de 91,36.

b) Calculamos el porcentaje de alumnos con una puntuación por debajo de 18 puntos.

- Por debajo de 15 puntos están el 30%
- Entre 15 y 18 puntos:



$$\frac{40}{5} = \frac{x}{3} \rightarrow x = 24$$

Entre 15 y 18 puntos obtienen el 24% de los alumnos.

Por tanto, por debajo de 18 puntos, están el $30 + 24 = 54\%$ de los alumnos, es decir, tienen una buena habilidad motora el $100 - 54 = 46\%$ de los alumnos.