

## CONTINUIDAD

**DEFINICIÓN INTUITIVA:** “Una función es continua si variaciones pequeñas de la variable independiente (x) dan lugar a variaciones pequeñas de los valores de la función”

“Una función es continua si su gráfica es conexa, no tiene fisuras”

**UTILIDAD:** ¿POR QUÉ EXISTE INTERÉS EN SABER SI UNA FUNCIÓN ES CONTINUA? Porque muchas veces tenemos que tratar con aproximaciones numéricas. Por ejemplo, decir que  $f(\sqrt{2}) \approx f(1,4142\dots)$  significa que antes hemos supuesto que la función era continua.

SI LA FUNCIÓN ES CONTINUA SUPONEMOS QUE REPRESENTA LA CONTINUIDAD DEL FENÓMENO ESTUDIADO, ES DECIR, QUE CAMBIA CONTINUAMENTE, ESTO ES, QUE NO SALTA DE UNOS VALORES A OTROS SIN PASAR POR LOS INTERMEDIOS.

Ejemplo, ¿cuáles de estas funciones son continuas?

- la temperatura corporal de una persona
- el precio del barril del petróleo.

RECORDAR: EN ECONOMÍA SE TRABAJA CON FUNCIONES QUE MIDEN FENÓMENOS QUE VARÍAN CON EL TIEMPO.

**CONDICIONES:** Para que una función sea continua se tienen que dar las tres condiciones siguientes:

- Debe existir  $f(a)$  [  $f(x)$  debe estar definida en el punto  $a$  ]
- Debe existir el  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- El  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Si alguna de las tres condiciones no se verifica decimos que  $f$  es discontinua en  $a$ .

### REPRESENTACIONES GRÁFICAS DE CASOS DE DISCONTINUIDAD

**DEFINICIÓN DE CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN EN UN INTERVALO (continuidad y acotación):**

**CONTINUIDAD EN INTERVALO ABIERTO:** Decimos que  $f(x)$  es continua en el intervalo  $(a,b)$  si es continua en todos y cada uno de los puntos de dicho intervalo.

**CONTINUIDAD GLOBAL:** Una función  $f$  se dice continua en el intervalo  $[a,b]$  si verifica:

- Es continua en todos los puntos  $(a,b)$
- Es continua a la derecha del punto  $a$
- Es continua a la izda del punto  $b$

**CONTINUIDAD LATERAL:** Decimos que una función  $f$  es continua en  $x=a$

- Por la dcha : si existe  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$
- Por la izda: si existe  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$

## DISCONTINUIDAD

**DEFINICIÓN:** Se dice que  $f$  es discontinua en  $a$  si y sólo si  $f$  no es continua en  $a$ .

Una función puede ser discontinua en un punto por:

- No coincidir el límite con el valor de la función
- No estar definida la función en el punto.
- No existir límite finito en dicho punto.

### TIPOS DE DISCONTINUIDAD.

1. **DISCONTINUIDAD EVITABLE:** La función  $f$  tiene un punto de discontinuidad evitable en  $a$  si y sólo si :

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  pero  $L \neq f(a)$  [ en muchos casos  $f$  no está definida en  $a$ ]

( existe el límite pero no coincide con el valor de la función en dicho punto)

Se dice discontinuidad evitable porque basta definir la función:

$$f(x) = \begin{cases} f(x) & x \neq a \\ L & x \equiv a \end{cases}$$

para evitar esa discontinuidad.

### 2. DISCONTINUIDAD INEVITABLES:

#### 1. DISCONTINUIDAD DE SALTO FINITO:

Existen los dos límites finitos o infinitos laterales en  $x=a$  pero no coinciden.

También llamada discontinuidad de salto, porque la función “tiene un salto” en  $x=a$ .

1.1. Si los límites laterales son finitos= discontinuidad de salto finito

1.2. Discontinuidad de salto infinito o discontinuidad de tendencia al infinito: Se tiene que cumplir alguna de las dos condiciones siguientes:

- Existe  $\lim$  de  $f$  en  $a$  y es infinito
- No existe límite de  $f$  en  $a$  y algún límite lateral de  $f$  en  $a$  es infinito.

#### 2. DISCONTINUIDAD DE SALTO INFINITO:

No existe ninguno de los dos límites laterales (o ninguno). **DISCONTINUIDAD ESENCIAL:** Ni existe límite, ni existe límites laterales.