IES ATENEA
SAN SEBASTIÁN DE LOS REYES

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES I
Recuperación de la Primera Evaluación

Nombre y apellidos____Fecha_______

CADA PROBLEMA VALE DOS PUNTOS

1.- Calcula los siguientes límites y representa gráficamente los resultados que obtengas:

a) $\lim_{x \to 1} \frac{1}{x^2+1}$

b) $\lim_{x \to -3} \frac{x+5}{x+3}$

c) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2+2x-3}{x^2-1}$

2.- Obtén la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = 2x^3 + x$ en el punto de abscisa $x = -1$.

3.- Consideramos la función:

$$f(x) = 5x^2 - 3x$$

a) ¿Crece o decrece en $x = -1$? ¿Y en $x = 1$?
b) Halla los tramos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.

4.- Dada la función:

$$f(x) = \frac{4x^2-3}{x}$$

Halla sus asíntotas y representa la posición de la curva respecto a ellas.

5.- Representa gráficamente la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$$

A partir de la gráfica, estudia la continuidad y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.

Ejercicio nº 1.-

Calcula los siguientes límites y representa gráficamente los resultados que obtengas:

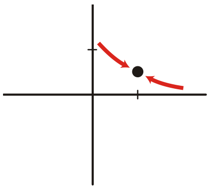
a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1}{x^2+1}$

b) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x+5}{x+3}$

c) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2+2x-3}{x^2-1}$

Solución:

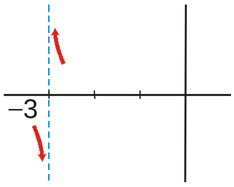
a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1}{x^2+1} = \dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2}$



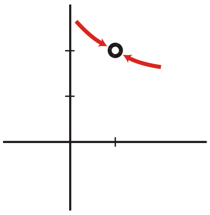
b) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x+5}{x+3}$

Hallamos los límites laterales:

$$\lim_{x \to -3^-} \frac{x+5}{x+3} = -\infty$$
$$\lim_{x \to -3^+} \frac{x+5}{x+3} = +\infty$$



c) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2+2x-3}{x^2-1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x+3}{x+1} = \dfrac{4}{2} = 2$



Ejercicio nº 2.-

Obtén la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = 2x^3 + x$ en el punto de abscisa $x = -1$.

Solución:

- $f'(x) = 6x^2 + 1$
- La pendiente de la recta es $f'(-1) = 7$.
- Cuando $x = -1, f(x) = -3$.

 La recta será:

$$y = -3 + 7(x + 1) = -3 + 7x + 7 = 7x + 4$$

<u>Ejercicio nº 3.-</u>

Consideramos la función:

$$\boldsymbol{f(x) = 5x^2 - 3x}$$

a) ¿Crece o decrece en $x = -1$? ¿Y en $x = 1$?
b) Halla los tramos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.

Solución:

a) $f'(x) = 10x - 3$

$f'(-1) = -13 < 0 \quad \rightarrow \quad$ Decreciente en $x = -1$.

$f'(1) = 7 > 0 \quad \rightarrow \quad$ Creciente en $x = 1$.

b) Estudiamos el signo de la derivada:

$$f'(x) = 0 \quad \rightarrow \quad 10x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{3}{10}$$

$$f'(x) > 0 \quad \rightarrow \quad 10x - 3 > 0 \quad \rightarrow \quad x > \frac{3}{10}$$

$$f'(x) < 0 \quad \rightarrow \quad 10x - 3 < 0 \quad \rightarrow \quad x < \frac{3}{10}$$

La función decrece en $\left(-\infty, \frac{3}{10}\right)$ y crece en $\left(\frac{3}{10}, +\infty\right)$. Tiene un mínimo en $x = \frac{3}{10}$.

<u>Ejercicio nº 4.-</u>

Dada la función:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{4x^2 - 3}{x}}$$

Halla sus asíntotas y representa la posición de la curva respecto a ellas.

Solución:

- Asíntota vertical: $x = 0$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{4x^2 - 3}{x} = +\infty; \quad \lim_{x \to 0^+} \frac{4x^2 - 3}{x} = -\infty$$

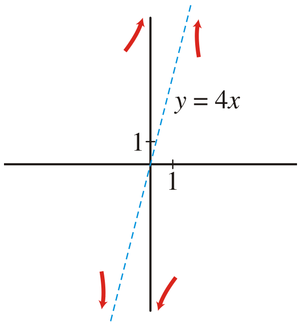
- Asíntota oblicua:

$$\frac{4x^2 - 3}{x} = 4x - \frac{3}{x} \quad \to \quad y = 4x \text{ es asíntota oblicua.}$$

Si $x \to +\infty$, $\dfrac{-3}{x} < 0 \quad \to$ La curva está por debajo de la asíntota.

Si $x \to -\infty$, $\dfrac{-3}{x} > 0 \quad \to$ La curva está por encima de la asíntota.

- Representación:



<u>Ejercicio nº 5.-</u>

a) Representa gráficamente la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$$

b) A partir de la gráfica, estudia la continuidad y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.

Solución:

a) • Dominio $= \mathbb{R} - \{-1\}$

- Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $X \quad \to \quad y = 0 \quad \to \quad x^2 + x + 1 = 0 \quad \to \quad x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \quad \to$ No corta al eje X.

Con el eje $Y \quad \to \quad x = 0 \quad \to \quad y = 1 \quad \to$ Punto $(0, 1)$

- Asíntota vertical: $x = -1$

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \to -1^+} f(x) = +\infty$$

- Asíntota oblicua:

$$\frac{x^2+x+1}{x+1}=x+\frac{1}{x+1} \quad \rightarrow \quad y=x \text{ es asíntota oblicua.}$$

Si $x \rightarrow +\infty$, $\dfrac{1}{x+1}>0 \quad \rightarrow$ La curva está por encima de la asíntota.

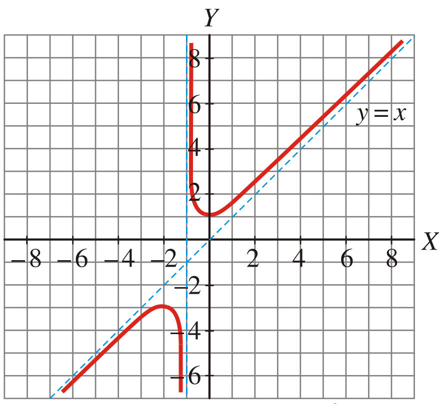
Si $x \rightarrow -\infty$, $\dfrac{1}{x+1}<0 \quad \rightarrow$ La curva está por debajo de la asíntota.

- Puntos singulares:

$$f'(x)=\frac{(2x+1)(x+1)-\left(x^2+x+1\right)}{(x+1)^2}=\frac{2x^2+2x+x+1-x^2-x-1}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$$

$$f'(x)=0 \quad \rightarrow \quad x^2+2x=x(x+2)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x=0 \quad \rightarrow \quad \text{Punto } (0,\,1) \\ x=-2 \quad \rightarrow \quad \text{Punto } (-2,\,-3) \end{cases}$$

- Gráfica:



$f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$

b) - Continuidad:

Si $x \neq -1$, es continua.

Si $x=-1$, es discontinua, pues tiene una rama infinita (asíntota vertical).

- Creciente en $(-\infty,\,-2)\cup(0,+\infty)$ y decreciente en $(-2,\,-1)\cup(-1,\,0)$.