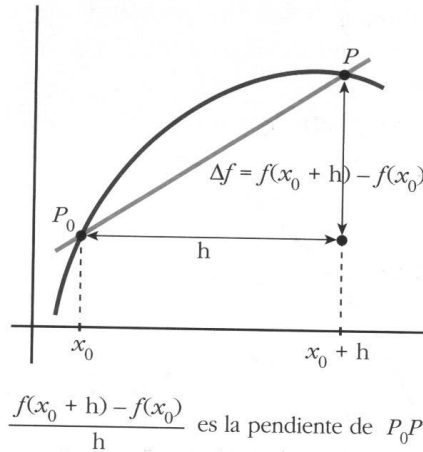


DERIVADAS

Concepto previo: Se llama **Tasa de variación media de una función** en el intervalo $[x_0, x_0+h]$ al cociente entre el incremento de la función y el incremento de la variable:

$$T_{vm} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{(x_0 + h) - x_0} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \frac{\Delta f}{h}$$

Su significado es la variación de (aumento o disminución) de f cuando la variable independiente pasa de x_0 a x_0+h . A h se le llama **incremento de x**.



Gráficamente es la pendiente de la recta que pasa por P_0 y P

Ejercicio1: El día 1 de Mayo se registraron en San Sebastián de los Reyes las siguientes temperaturas:

Hora	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Temperatura	15	12	11	13	16	20	24	25	22	20	18	16

Calcula la variación de la temperatura entre las 2 y las 8 horas.

DEFINICIÓN: Se llama **Derivada** de la función $f(x)$ en el punto x_0 al límite de la tasa de variación media cuando $h \rightarrow 0$ ($\Delta x \rightarrow 0$), si existe y es finito.

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \text{ o bien } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h}$$

$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

Gráficamente es la pendiente de la recta tangente a la gráfica $y = f(x)$ en el punto x_0

La ecuación de la recta tangente a una curva en el punto $(a, f(a))$ es : $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

Ejercicio 2: Si $f(x) = x^2$, hallar su derivada en $x_0 = 1$

Ejercicio 3: Observando la gráfica de la función, di en qué punto la derivada es 0, en qué punto es positiva y en qué punto es negativa.

LA DERIVADA MIDE LA TASA DE VARIACIÓN DE LA FUNCIÓN CUANDO VARÍA LA VARIABLE INDEPENDIENTE (X)

Es decir, miden la variación de las cantidades con el tiempo, y en economía se estudian fenómenos que varían con el tiempo.

Los economistas usan la palabra marginal con el significado de derivada.

Ejercicio 4: Un fabricante estima que cuando se produzcan y vendan x unidades de cierto artículo, el ingreso obtenido “seguirá una función” como $f(x) = 0,5x^2 + 3x - 2$ en miles de euros. ¿ A qué razón cambia el ingreso respecto al nivel de producción cuando se producen 3 unidades? ¿Está aumentando o disminuyendo el ingreso?

Propiedades fundamentales

1. $y = f(x) + g(x) \rightarrow y' = f'(x) + g'(x)$
2. $y = f(x) \cdot g(x) \rightarrow y' = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$
3. $y = c \cdot f(x)$ ($c =$ constante) $\rightarrow y' = c \cdot f'(x)$
4. $y = \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow y' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)}$
5. $y = f(g(x)) \rightarrow y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$